# Chapitre.3:
# DYNAMIQUE DES FLUIDES

## 1. Introduction

Maintenant, le fluide n'est plus en équilibre, mais au contraire en mouvement, en écoulement. Pour caractériser cet écoulement du fluide, deux grandeurs nouvelles interviendront : la vitesse et le débit – il va falloir les définir de façon rigoureuse. Dans cette partie on applique à une portion du liquide les lois générales de la dynamique : le principe de la conservation de la masse, le principe de l'énergie cinétique, le principe de la quantité du mouvement et les lois de l'écoulement des liquides.

## 2. Le débit volumique et le débit massique

La notion de débit n'a évidement de sens que pour un fluide en écoulement.Le débit est la quantité de matière qui traverse une section droite de la conduite par unité de temps. Cette définition, pourtant rigoureuse, n'est que difficilement exploitable et, en pratique, on est amené à distinguer :

- ✓ **Le débit volumique :** Il est parfois appelé débit-volume ; pour exprimer la quantité de matière, on a recours à son volume.

Si dV est le volume de fluide qui a traversé une section droite de la conduite dans le temps dt, on écrit, par définition :

$$Q_v = \frac{dV}{dt}$$ L'unité de débit volumique est le $m^3.\ s^{-1}$.

**Remarque :**

- Les liquides sont incompressibles et peu dilatables (masse volumique constante) ; on parle alors d'écoulements isovolumes.
- Pour les **gaz**, la masse volumique dépend de la température et de la pression. Pour des vitesses faibles (variation de pression limitée) et pour des températures constantes on retrouve le cas d'un écoulement isovolume.

- ✓ **Le débit massique :** aussi appelé débit-masse, il est défini par la relation :

$$Q_m = \frac{dm}{dt}$$ et s'exprime en kg. $s^{-1}$

## 3. Relation entre $Q_m$ et $Q_v$

La masse volumique du fluide étant : $\rho = \frac{dm}{dV}$

On aura aussi : $\rho = \frac{Q_m}{Q_v}$

Alors : $Q_m = \rho\, Q_v$

## 4. Régimes d'écoulement permanent ou stationnaire

Un régime est dit permanent ou stationnaire si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, etc.,..) ont une valeur constante dans le temps en chacun des points de la conduite.

En particulier : $\overrightarrow{V}(x,t) = \overrightarrow{V}(x)$ c. à. d $\frac{\partial \overrightarrow{V}}{\partial t} = 0$

### 4.1.Ligne de courant

En régime stationnaire, on appelle ligne de courant la courbe suivant laquelle se déplace un élément de fluide. Une ligne de courant est tangente en chacun de ses points au vecteur vitesse du fluide en ce point.

Soit C une ligne de courant, $N \in C$ et infiniment voisin de M.Alors, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{dM}$ et donc $\overrightarrow{dM}$ tangente à C.

Soient les $dx_i$ composantes de $\overrightarrow{dM}$, $\vec{V}(M)$ et $\overrightarrow{dM}$ étant parallèles on a donc :

$$\frac{dx_1}{V_1(x_1,x_2,x_3)} = \frac{dx_2}{V_2(x_1,x_2,x_3)} = \frac{dx_3}{V_3(x_1,x_2,x_3)}$$

**Tube de courant** : Ensemble de lignes de courant s'appuyant sur une courbe fermée.

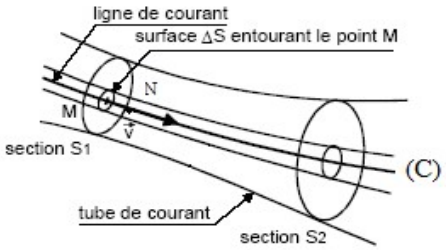


Figure 2 : Ligne de courant

### 4.2. Trajectoires

La trajectoire est le chemin suivi par une particule fluide. Par exemple, les marques de freinage sur une route indiquent la position occupée par un pneu pendant que la roue était entraînée. Ils représentent, par conséquent, la trajectoire du pneu. La même chose s'applique aux particules de fluide. Puisque la vitesse de la particule est connue à chaque point spatial, les coordonnées de trajectoire $\vec{x}(t)$ peuvent être obtenues en intégrant l'équation du mouvement : $\frac{dx}{dt} = u$ ; $\frac{dy}{dt} = v$ et $\frac{dz}{dt} = w$

Où (x, y, z) est la position de la particule en fonction du temps. En tant que condition aux limites, nous aurons besoin de la position d'une particule à un moment donné. Ensuite, le temps variable **t** peut être éliminé pour atteindre l'équation de la trajectoire sous forme explicite ou implicite.

Figure 3 : Trajectoire, la particule fluide suit la ligne tracée.

### 4.3.Conservation du débit

Considérons un tube de courant entre deux sections S1 et S2. Pendant l'intervalle de temps Δt, infiniment petit, la masse $\Delta m_1$ de fluide ayant traversé la section S1 est la même que la masse $\Delta m_2$ ayant traversé la section S2.

- En régime stationnaire, **le débit-masse** est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant. Le débit-masse entrant est donc égal au débit-masse sortant :

$$q_{m1}(\text{entrant}) = q_{m2}(\text{sortant}) = q_m = \rho V S$$

- En régime stationnaire, **le débit-volume** est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant. $\mathbf{q_{v1} = q_{v2} = q_v}$, dans le cas d'un écoulement isovolume($\boldsymbol{\rho}$ **= Cte**) il ya également conservation du débit volume :$q_v = S\ V$

## 5. Théorème de BERNOULLI

Un fluide parfait est un fluide dont l'écoulement se fait *sans frottement*. On considère un écoulement permanent isovolume d'un fluide parfait, entre les sections S1 et S2, entre lesquelles il n'y a aucune machine hydraulique, (pas de pompe, ni de turbine). Soit m la masse et V le volume du fluide qui passe à travers la section S1 entre les instants t et t+Δt. Pendant ce temps la même masse et le même volume de fluide passe à travers la section S2. Tout se passe comme si ce fluide était passé de la position (1) à la position (2). En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à ce fluide entre les instants t et t+Δt (la variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces extérieures).

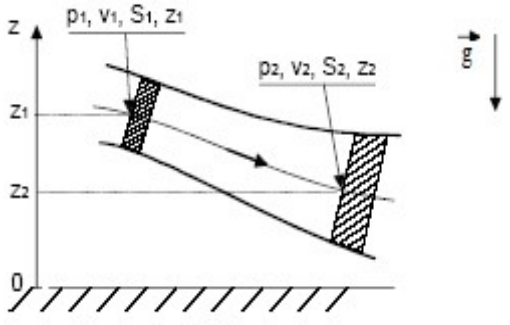


Figure 4 : Théorème de bernoulli

Les forces extérieures s'exerçant sur la masse dm sont :
- des forces de pesanteur,
- des forces de pression.
On aura :

### a. Variation de l'énergie cinétique de dm

$$\frac{1}{2}\mathrm{dm}(v_2^2 - v_1^2)$$

### b. Travail des forces de pesanteur

$$-\mathrm{dmg}(z_2 - z_1) = \mathrm{dmgh} \quad \text{(g orienté de haut en bas)}$$

### c. Travail des forces de pression

$$p_1 dV_1 - p_2 dV_2 = p_1 S_1 v_1 dt - p_2 S_2 v_2 dt \quad \textbf{(*)}$$

D'autre part la masse dm est la même entre les deux surface, c.à.d. $\mathrm{dm} = \rho S_1 v_1 dt = \rho S_2 v_2 dt$, donc l'équation (*) devient :

$$p_1 S_1 v_1 dt - p_2 S_2 v_2 dt = (p_1 - p_2)\frac{\mathrm{dm}}{\rho}$$

L'application de l'énergie cinétique donne l'équation suivante :

$$\frac{1}{2}\mathrm{dm}(v_2^2 - v_1^2) = (p_1 - p_2)\frac{\mathrm{dm}}{\rho} + \mathrm{dmgh}$$

Soit,

$$(p_2 - p_1) = \rho gh + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2)$$

Cette relation peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = cst$$

p est la pression statique, **ρgz** est la pression de pesanteur et $\frac{1}{2}\rho v^2$ est la pression cinétique.

Tous les termes s'expriment en pascal.

### 5.1.Écoulement d'un liquide contenu dans un réservoir - Théorème de Torricelli

Considérons un réservoir muni d'un petit orifice à sa base, de section S et une ligne de courant partant de la surface au point (A) et arrivant à l'orifice au point (B). En appliquant le théorème de Bernoulli entre les points (A) et (B).

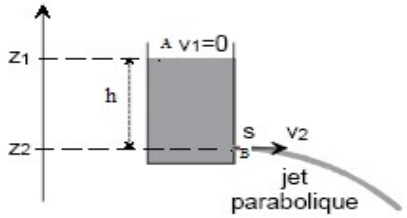


Figure 5 : Théorème de torricelli

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Or $p_1 = p_2$ = pression atmosphérique, et $v_1 << v_2$, donc le module de la vitesse $v_1$ est négligeable par rapport à $v_2$.

En définitive, nous obtenons la relation suivante :

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

Le liquide décrit une trajectoire parabolique comme celle que décrirait un corps tombant en chute libre avec la même vitesse initiale $v_2$ (fig5).

### 5.2.Phénomène de Venturi

Un conduit de section principale $S_A$ subit un étranglement en B où sa section est $S_B$. La vitesse d'un fluide augmente dans l'étranglement, donc sa pression y diminue, le débit étant constant aux parties large et étroite du tuyau, on peut écrire : $s_1 v_1 = s_2 v_2$, comme $s_1$ est grand par rapport à $s_2$, $v_B > v_A$.

Le théorème de Bernoulli s'écrit ici :

$$p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 \quad (\text{car } z_1 = z_1)$$

D'après l'équation de continuité $s_A v_A = s_B v_B = q_v$ et $v_B > v_A$ donc $p_A > p_B$.

$$p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{1}{S_B^2} - \frac{1}{S_A^2}\right)q^2 = kq^2$$

La différence de pression aux bornes aux extrémités du tube de Venturi est proportionnelle au carré du débit.

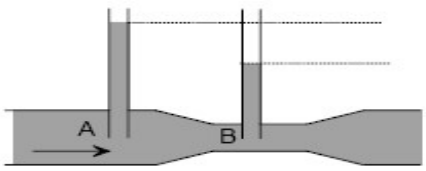


Figure 6 :Venturi

### 5.3.Tube de Pitot

On considère un liquide en écoulement permanent dans une canalisation et deux tubes plongeant dans le liquide, l'un débouchant en A face au courant, et l'autre en B est le long des lignes de courant, les deux extrémités étant à la même hauteur. Au point B, le liquide a la même vitesse v que dans la canalisation et la pression est la même que celle du liquide $p_B = p$.
En A, point d'arrêt, la vitesse est nulle et la pression est $p_A$.
D'après le théorème de Bernoulli.

$$p_B + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_A \quad \text{Soit} \quad \frac{1}{2}\rho v^2 = \rho g h$$

En mesurant la dénivellation h du liquide dans les deux tubes, on peut en déduire la vitesse vd'écoulement du fluide.

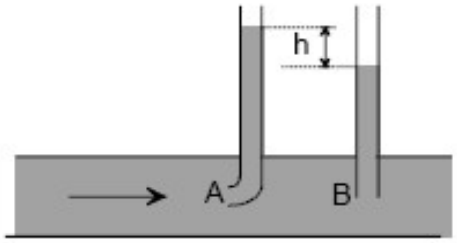


Figure 7 : Tube de pitot

## Références Bibliographies:


[1] Mécanique des fluides cours et exercice résolus, M. Hanauer, 2014
[2] Mécanique des fluides cours, exercices et problème corrigés, Christian Grossetete, 1997
[3] Mécanique des fluides cours de Physique, 1ère année, Henri BROCH, 2016
[4] A. Essbai, N. Elidrissi, A. Khayar, N. Najid, Physique, Université Hassan II,2007
[5] B. R. Munson, Fundamentals of FluidMechanics,John Wiley& Sons, Inc., 2002, NewYork.
[6] G. Currie, FundamentalMechanics of Fluids, Third Edition, Marcedlekkeirn,Inc. 2003, Newyork.
[7] H. Yamaguchi, Engineering FluidMechanics, Springer, 2008
[8]J. B. Evett, 2500 solvedproblems in Fluidmechanics,Inc., 1979
[9]Genick Bar–Meir, Basics of FluidMechanics, 2011
[10] S. K. Som, Introduction Fluidmechanics, Second Edition, Tata McGraw-Hill, NewDelhi, 2008
[11] Y. A. Çengel, FluidMechanics, Fundamentals and Applications, McGraw-Hill, Boston, 2006
[12] M. C. Potter, D. C. Wiggert, FluidMechanics ,Schaum'sOutlineSeriesMcGrawHill, 2008
[13] F. M. White, FluidMechanics, Seventh Edition, McGraw-Hill, 2008
[14] B. R. Munson, Fundamentals of FluidMechanics, John Wiley, Inc., 2009, NewYork.


## Sites WEB : 31/08/2019 à 13H45


http://www.msc.univ-paris-diderot.fr/
http://man21.free.fr/wp/index.php/mecanique des fluides
https://fr.wikipedia.org/wiki/Pierre Simon de Laplace
https://fr.wikipedia.org/wiki/Fluide
https://fr.wikipedia.org/wiki/Pression
http://www.universalis.fr/encyclopedie/viscosite
https://fr.wikipedia.org/wiki/Couche limite
https://fr.wikipedia.org/wiki/Fluide parfait